# FLUIDOS

## Generalidades:

Las sustancias se dividen en tres grandes grupos: sólidos, líquidos y gases. Estos dos últimos, por sus propiedades particulares, se los agrupa bajo el nombre de fluidos.

Los fluidos se pueden clasificar en ideales y reales.

Un gas perfecto es aquel fluido que cumple rigurosamente (aunque luego se acepta que aproximadamente) con la ecuación general de estado de los gases ideales.

Un líquido perfecto o ideal es aquel fluido perfecto que no cambia de volumen bajo la acción de fuerzas exteriores o sea que es incompresible cualquiera sea la intensidad de ellas.

Las características sobresalientes de los fluidos reales son:

a) Gases:

- Ocupan totalmente el recipiente que los contiene.
- Pequeñas fuerzas producen variaciones apreciables de volumen.

b) Líquidos:

- Toman la forma del recipiente que los contiene.
- Grandes fuerzas no producen variaciones apreciables de volumen
- La superficie libre es horizontal.

## 1.-LIQUIDOS EN EQUILIBRIO

### 1.1.-Presión de un líquido

Sea un recipiente metálico como se indica en la Figura 1 a), si le aplicamos una fuerza F sobre la tapa de la izquierda se observa que dicha fuerza se trasmite a la tapa de la derecha (es decir si aplica F en sentido contrario a la tapa de la derecha el recipiente permanecerá en equilibrio).


*Figura 1*



Edited with Infix PDF Editor - free for non-commercial use.
To remove this notice, visit: www.iceni.com/unlock.htm

Si ahora reemplazamos las tapas por sendos émbolos movibles como se indica en la Figura 1 b), y se llena el recipiente con un fluido, por ejemplo agua, se observa en este caso que la fuerza trasmitida al émbolo de la derecha es menor, o sea F > f , cuando el área del émbolo A sea mayor que el área del émbolo a.

Como conclusión de estas experiencias se puede decir que un sólido trasmite fuerzas y los fluidos trasmiten otra propiedad, denominada presión.

Se define presión como la fuerza normal aplicada a un fluido por unidad de área.

$$p = \frac{F}{S} \tag{1}$$

La unidad en el sistema MKS (SIMELA) es el Pascal.

$$[p] = \frac{[F]}{[S]} = \frac{N}{m^2} = Pascal = Pa$$

Otras unidades derivadas son:

dina/cm$^2$ ; cuya equivalencia es 1 Pa = 10 dina/cm$^2$

La atmósfera (atm), lo mismo que el Torr o milímetro de mercurio (mmHg). El origen de esta unidad la veremos más adelante. Sus equivalencias son:

1 atm = 760 Torr = 1,013 $10^5$ Pa

Otra unidad muy usada es el bar, cuya equivalencia es:

1 bar = $10^5$ Pa = $10^6$ dina/cm$^2$

y su submúltiplo el milibar (o baria),

1 mbar = $10^{-3}$ bar

La presión en cada punto del fluido es la misma para todas las orientaciones posibles del elemento de superficie considerado.

Desde un punto de vista intuitivo bastaría imaginar en un punto infinitas orientaciones del elemento de superficie y ver que ninguna de ellas tiene diferencia respecto de las otras.

**Ejemplo 1**

Un ladrillo de dimensiones 7 x 15 x 25 cm y masa 4 kg se apoya sobre una mesa. Hallar en ambos casos indicados en la Figura 2. la presión ejercida sobre la mesa.

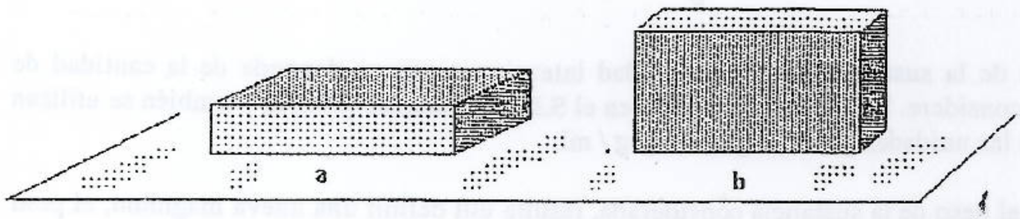


*Figura 2*

Solución:

Caso a)

$$p_a = \frac{F}{S} = \frac{mg}{S} = \frac{4\,kg.9,8\,m/s^2}{0,15\,m.0,25\,m} = 1045,4\frac{N}{m^2} = 1066,7\ Pa$$

Caso b)

$$p_a = \frac{F}{S} = \frac{mg}{S} = \frac{4\,kg.9,8\,m/s^2}{0,07\,m.0,25\,m} = 2240\frac{N}{m^2} = 2285,7\ Pa$$

Es decir a pesar de que el peso es el mismo en ambos casos, corresponderá mayor presión cuando la superficie de apoyo es menor.

## 1.2.- Concepto de densidad

Si comparamos la misma cantidad de masa de dos sustancias diferentes, se observa en general que ocupan distinto volumen. Por ejemplo, si colocamos en ambos platillos de una balanza y buscamos el equilibrio entre el plomo y el aluminio observaremos que el volumen que ocupa el plomo es menor que el del aluminio. Decimos entonces que el plomo es mas denso que el aluminio.

Se define entonces la densidad de una sustancia como el cociente entre su masa y el volumen que ocupa.



Edited with Infix PDF Editor - free for non-commercial use.

$$\delta = \frac{m}{V} \qquad (2)$$

Esta propiedad de la sustancia es una propiedad intensiva o sea no depende de la cantidad de materia que se considere. La unidad de medida en el S.I. de Unidades es kg/m$^3$, también se utilizan frecuentemente las unidades g/cm$^3$ , kg / litro y g / ml.

Si expresamos el peso de la sustancia considerada, resulta útil definir una nueva magnitud, el peso específico $\rho$ y se define como el cociente entre el peso y el volumen.

$$\rho = \frac{P}{V} \qquad (3)$$

Y las unidades usuales son en el S.I. de Unidades es N/m$^3$, también se utilizan frecuentemente las unidades kgf /cm$^3$ , gf/cm$^3$ , kgf / litro , gf / ml , N/m$^3$ , etc.

Dado que la relación entre peso y masa es: $P = m\,g$, la relación entre peso específico y densidad será:

$$\rho = \delta\, g \qquad (4)$$

Por último se define densidad relativa al cociente de la densidad del cuerpo dividida por la densidad de otra sustancia. Esta relación es un número adimensional.

$$\delta_r = \frac{\delta}{\delta_0} \qquad (5)$$

En general se usa como densidad de referencia a la del agua a un temperatura de 4°C, así por ejemplo, la densidad relativa del mercurio respecto del agua es 13,6, en efecto:

$$\delta_r = \frac{\delta_{Hg}}{\delta_{H_2O}} = \frac{13,6\ g/cm^3}{1\ g/cm^3} = 13,6$$

**Ejemplo 2**

Hallar la densidad media de la Tierra, en g/cm$^3$

Datos: $R_T$ = 6340 km, $M_T$ = 5,97 10$^{24}$ kg

Solución:

Tomando a la Tierra como una esfera perfecta,



Edited with Infix PDF Editor - free for non-commercial use. To remove this notice, visit: www.iceni.com/unlock.htm

$$\delta = \frac{m}{V} = \frac{5{,}97.10^{24}\,kg}{\frac{4\pi}{3}\left(6{,}37.10^{6}\,m\right)^{3}} = \frac{5{,}97.10^{24}\,kg}{1082{,}68.10^{18}\,m^{3}}$$

$$\delta = 0{,}005514.10^{6}\,\frac{kg}{m^{3}} = 5514\,\frac{kg}{m^{3}} = 5{,}514\,\frac{g}{cm^{3}}$$

Valor inferior a la densidad del hierro.

## 1.3.- Teorema fundamental de la hidrostática

Imaginemos un volumen de la masa líquida, limitado por una superficie imaginaria de grosor infinitesimal y de área S en el interior de un líquido a una altura $y$ del fondo como se muestra en la Figura 3.

Dado que esta porción se encuentra en equilibrio se cumple que:

$$\sum \vec{F}_i = 0 \;\rightarrow\; \sum \vec{F}_i = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + d\vec{Q} + \vec{F}_L = 0 \qquad (6)$$

donde:

$\vec{F}_1$ : es la fuerza que ejerce el líquido sobre la sección superior
$\vec{F}_2$ : es la fuerza que ejerce el líquido sobre la sección inferior
$d\vec{Q}$ : es el peso de la porción de líquido elegida
$\vec{F}_L$ : es la fuerza que el líquido ejerce sobre la superficie lateral.

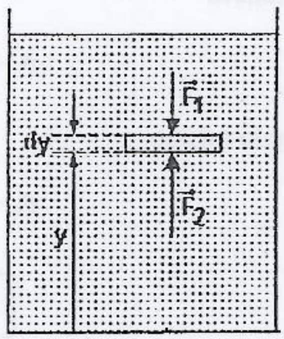

*Figura 3*

Está claro que según x se cancelan todas las fuerzas ejercidas por el líquido sobre la superficie lateral.

$$\sum F_x = 0$$

Respecto del eje y también será:

$$\sum F_y = 0$$

Luego, como las fuerzas son debidas a la presión de líquido:

$$F_1 = (p + dp)\,S \qquad , \qquad F_2 = p\,S \qquad y \qquad dQ = dm\,g$$

Con $dm = \delta\,S\,dy$ siendo $\delta$ la densidad del líquido

$$\sum F_y = p\,S - (p + dp)\,S - dm\,g = 0$$

$$-dp\, S = \delta\, g\, S\, dy \qquad \rightarrow \qquad \frac{dp}{dy} = -\,\delta\, g$$

el signo menos indica que a medida que aumenta la altura *y*, la presión va disminuyendo

Supongamos ahora que los puntos 1 y 2 están separados en una altura h (Figura 4).

Luego dado que en la altura $y_1$ la presión es $p_1$ y en la altura $y_2$ es $p_2$, integrando la expresión

$$\int_{p_2}^{p_1} dp = -\int_{y_2}^{y_1} \delta\, g\, dy \ ,$$

resulta entonces

$$p_1 - p_2 = -\,\delta\, g\,(y_1 - y_2)$$

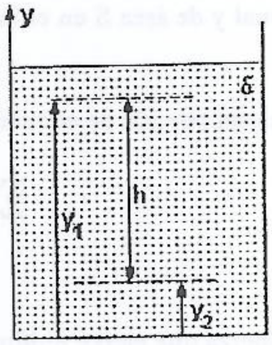

*Figura 4*

o lo que es lo mismo

$$p_2 - p_1 = \delta\, g\,(y_1 - y_2)$$

luego
$$\boxed{p_2 - p_1 = \delta\, g\, h} \qquad (7)$$

Este es el Teorema general de la Hidrostática, que expresa que la diferencia de presión entre dos puntos cualesquiera en el seno de una masa líquida en equilibrio es igual al producto de la densidad por la aceleración de la gravedad (peso específico) por la diferencia de nivel existente entre los puntos considerados.

## 1.3.1- Presión en el interior de un líquido

Queremos calcular ahora cuál es la presión en un punto cualquiera en el interior de un líquido, por ejemplo el punto 2 a una profundidad *h*.

Si ubicamos el punto 1 en la superficie (Figura 5), la ecuación del teorema general de la hidrostática se escribirá de la siguiente forma

$$p_2 = p_1 + \delta\, g\, h \qquad (8)$$

Llamando $p_0$ la presión en la superficie del fluido (la presión atmosférica) y $p$ a la presión a la profundidad $h$ quedará.

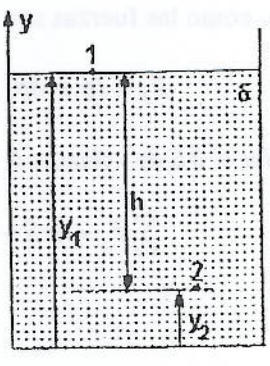

*Figura 5*

$$\boxed{p = p_0 + \delta\ g\ h} \qquad (9)$$

Siendo esta la expresión de la presión denominada absoluta a una profundidad $h$, el término de presión, $\delta\ g\ h$, se denomina presión manométrica.

**Ejemplo 3**

La máxima profundidad marina detectada hasta la fecha se encuentra en la fosa de las islas Marianas y tiene un valor de 10911 m. Hallar la presión sobre el fondo del mar en atmósferas. La densidad relativa del agua de mar puede considerarse constante e igual a 1,05.

Solución:

La presión debida al agua será:

$$p_a = \delta\ g\ h = 1{,}05.10^3\ \frac{kg}{m^3}\ 9{,}8\ \frac{m}{s^2}\ 10911\ m$$

$$p_a = \delta\ g\ h = 1122744190\ Pa$$

Pasando a atmósferas:

$$p_a = 1122744190\ Pa.\frac{1\ atm}{1{,}013.10^5\ Pa} = 1108{,}3\ atm$$

Para pasar a la presión absoluta, solo hay que sumarle la presión atmosférica en la superficie del mar. Entonces:

$$p_a = 1\ atm + 1108{,}3\ atm = 1109{,}3\ atm$$

## 1.4.- Principio de Pascal

Sea un líquido en reposo dentro de un recipiente (Figura 6). Como consecuencia del teorema fundamental de la hidrostática aplicado a los puntos 1 y 2

$$p_2 - p_1 = \delta\ g\ (y_2 - y_1) \qquad (10)$$

Comuniquemos ahora al punto *1* una sobrepresión $\Delta p$ mediante un émbolo y averigüemos cuánto vale ahora la nueva presión en *2* ( $p_2'$ ). Tendremos:

$$p'_2 - (p_1 + \Delta p) = \delta . \left|\vec{g}\right| . (y_1 - y_2)$$

$$p'_2 - p_1 - \Delta p = p_2 - p_1$$

$$\boxed{p'_2 = p_2 + \Delta p} \qquad (11)$$

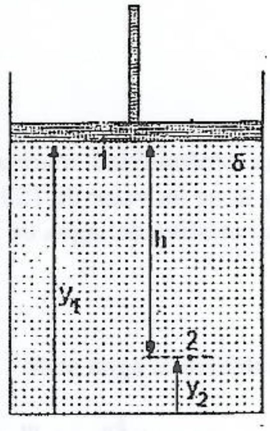

*Figura 6*

de esto se deduce que la presión en *2*, punto totalmente arbitrario, se incrementa en un valor igual a la sobrepresión aplicada en *A*. Eso es, precisamente, lo que nos dice el teorema de Pascal: *la sobrepresión aplicada en un punto de la superficie de un líquido en reposo, se transmite con igual intensidad a los demás puntos del líquido.*

### 1.4.1.- Vasos comunicantes

Se denomina así un sistema abierto, formado por recipientes de distinta forma vinculados por un tubo como por ejemplo el que se muestra en la Figura 7.

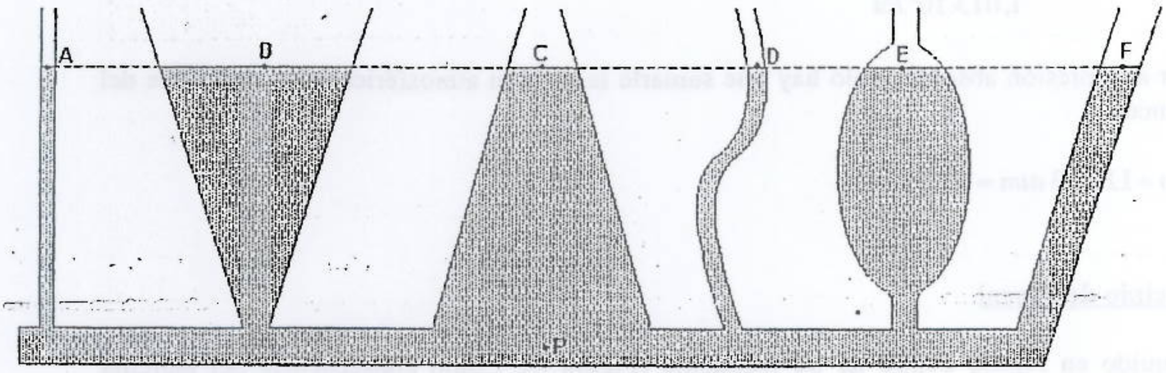

*Figura 7*

De acuerdo con el teorema general de la hidrostática, la diferencia de presión entre dos puntos de un líquido es proporcional a la altura.

Tomemos el punto P en el tubo inferior (Figura 7), luego los puntos A, B....F, deben estar a la misma altura respecto de P. En efecto, si se supone que en uno de los recipientes el nivel del líquido es más alto que en el otro, existirá una diferencia de presiones en la parte inferior del tubo; que será igual a la diferencia de alturas entre ambos niveles.

De acuerdo con el Principio de Pascal, la presión mayor tenderá a transmitirse hacia la menor, hasta que ambas se igualen. Además todos los puntos que están en contacto con la atmósfera soportan la misma presión y por lo tanto estarán la misma altura.

Una aplicación de este efecto, es la que permite conocer el nivel de un líquido en el interior de un tanque cerrado, colocando a uno de sus lados un tubo transparente y graduado también cerrado, que mide la altura y por lo mismo el contenido del interior del tanque.

### 1.4.2.- Prensa hidráulica:

Una aplicación práctica del principio de Pascal es la prensa hidráulica.

Consta esta de dos cilindros de distinta sección (Figura 8) $S_1$ a la izquierda y $S_2$ a la derecha, cerrados por dos émbolos como muestra la figura.

El sistema se encuentra en equilibrio por la aplicación de sendas fuerzas $\vec{F}_1$ y $\vec{F}_2$. Consideremos en este caso que los émbolos se encuentran a la misma altura.

Como un líquido trasmite presiones, se puede escribir de acuerdo a (8):

$$p_3 = p_1 + \delta\ g\ h_1$$

$$p_3 = p_2 + \delta\ g\ h_2$$

Luego

$$p_1 + \delta\ g\ h_1 = p_2 + \delta\ g\ h_2$$

$$\frac{F_1}{S_1} + \delta\ g\ h_1 = \frac{F_2}{S_2} + \delta\ g\ h_2 \qquad (12)$$

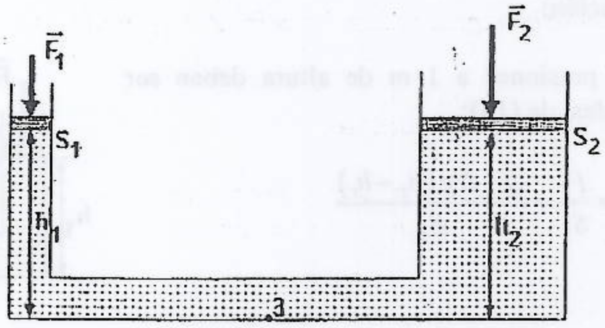


*Figura 8*

Debido a que la presión es la misma a la misma altura por ambos lados, se verifica que:

$$\frac{F_1}{S_1} = \frac{F_2}{S_2} \qquad (13)$$

Se verifica que si se aplica una fuerza $F_1$ al émbolo pequeño de área $S_1$ dará como resultado una fuerza $F_2$ más grande en el émbolo mayor de área $S_2$.

**Ejemplo 4**

Una bomba hidráulica como la mostrada en la Figura 9 mantiene en equilibrio una carga Q. Hallar dicha carga si la fuerza aplicada en el émbolo pequeño es de 2 kgf.

Datos:

$F_1 = 20\ \text{kgf}$ $\quad S_1 = 20\ \text{cm}^2$
$S_2 = 1\ \text{m}^2$ $\quad h_1 = 1\ \text{m}$
$h_2 = 5\ \text{m}$

Solución:

Las presiones a 1 m de altura deben ser iguales, de (13):

$$\frac{F_1}{S_1} = \frac{F_2}{S_2} = \frac{Q + \delta\, g\,(h_2 - h_1)}{S_2}$$

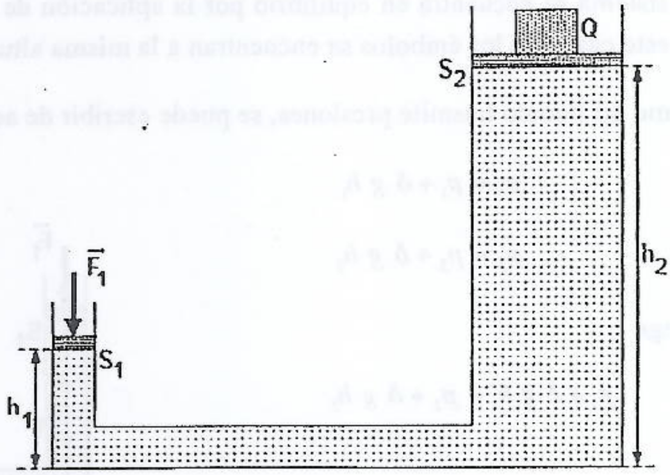


*Figura 9*

$$\frac{200\,N}{0{,}002\,m^2} = \frac{Q + 1000\,\frac{kg}{m^3}\,10\,\frac{m}{s^2}\,(5\,m - 1\,m)}{1\,m^2}$$

luego, $\qquad Q = 6000\ kgf$

### 1.4.3.- Experiencia de Torricelli

La Tierra se encuentra rodeada de la atmósfera. Siendo el aire un fluido, todo punto interior de la atmósfera recibe la presión de dicho fluido en forma similar a los líquidos.

Si tomamos un área cualquiera dentro de la atmósfera, la misma soportará el peso de la columna de aire que se extiende desde las primeras capas de la atmósfera hasta la sección considerada.

Cómo podrá ser medida entonces la presión atmosférica?. El problema fue resuelto en 1643 por Torricelli equilibrando la presión producida por la columna de aire por una columna de mercurio como se muestra en la Figura 10.

Este aparato consiste en un tubo largo (1 m aproximadamente) con un extremo obturado y sección pequeña que se llena de mercurio. Al invertirlo dentro de una cubeta también llena de mercurio se observa que el mercurio no desciende completamente sino que lo hace hasta una altura h independientemente de su inclinación.

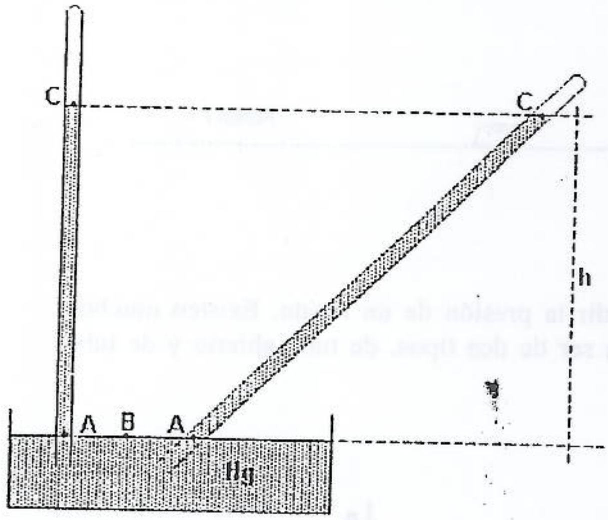


*Figura 10*

En el punto C la presión es prácticamente nula (despreciando la presión del vapor de mercurio a la temperatura dada).

Sobre la superficie de la cubeta B, la atmósfera ejerce una presión $p_0$. Según el principio de Pascal, todos los puntos que se encuentran al mismo nivel tendrán la misma presión

$$p_A = p_B = p_0 \qquad (14)$$

La presión en el punto A será entonces solamente la producida por la columna de mercurio (ya que en C dijimos que era 0)

Se comprueba en condiciones normales de presión y temperatura que la columna de mercurio es de 76 cm. O sea una columna de 76 cm de mercurio ejerce la misma presión que la atmósfera.

Como $$p_A = p_0 = \delta \; g \; h \qquad (15)$$

Con la densidad del mercurio $$\delta = 13,6 \,.10^3 \, \frac{kg}{m^3}$$

quedará $$p_0 = 13,6 \,.10^3 \, \frac{kg}{m^3} \; 9,8 \, \frac{m}{s^2} \; 0,76 \, m$$

$$p_0 = 1,013 \,.10^5 \, \frac{N}{m^2} = 1,013 \,.10^5 \, Pa$$

a esta cantidad se la denomina amósfera (atm).

$$1 \, atm = 1,013 \,.10^5 \, Pa = 1013 \, h\,Pa$$

Siendo 1 hPa = 1 hecto Pascal = 100 Pa

Considerando la altura de la columna de mercurio para 1 atmósfera, se suele expresar esta cantidad como:

1 atm = 760 mm Hg = 760 Torr

Siendo la unidad Torr equivalente a 1 mm de Hg.

### 1.4.4.- Medida de la presión - Manómetros

Un manómetro es un instrumento utilizado para medir la presión de un fluido. Existen muchos modelos de aparatos para medir la presión y pueden ser de dos tipos, de tubo abierto y de tubo cerrado.

a) Manómetro de tubo abierto.

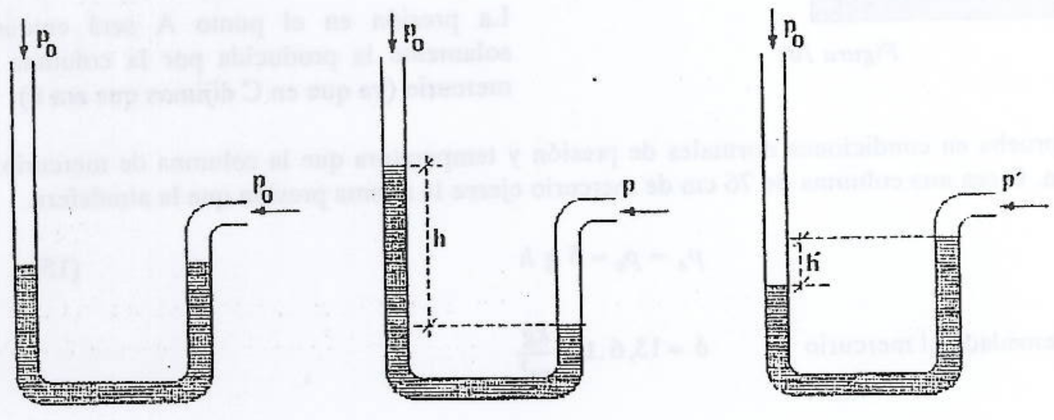


*Figura 11*

El más simple de ellos es el denominado manómetro de tubo abierto. Este consiste en un tubo en U como muestra la Figura 11, parcialmente lleno de un líquido, generalmente mercurio.

Si el gas al que está vinculado el líquido del tubo, tiene la presión atmosférica en ambos extremos. el mismo se comportará como vasos comunicantes. Si la presión en uno de los extremos se incrementa (o disminuye) la presión incógnita estará vinculada a la diferencia de alturas de las ramas de la siguiente forma:

$$p = p_0 + \rho\, g\, h \qquad (16)$$

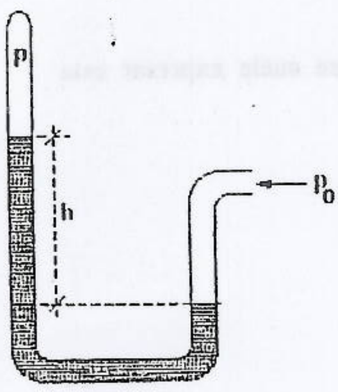


*Figura 12*

Donde $p_0$ es la presión atmosférica. Si el líquido de la columna izquierda estuviera mas abajo que el de la derecha, esto indicaría que p sería menor que la presión atmosférica (y h´ debe ser considerada negativa)

b) Manómetro de tubo cerrado: Consiste en un tubo en U con una rama cerrada (Figura 12) lleno de mercurio y en la que se ha hecho vacío.

De esta manera, dado que la presión en la parte más elevada de dicha rama es nula (p = 0) , la presión atmosférica se medirá entonces en función de la altura del desnivel de líquido.

$$p_0 = \delta g h \qquad (17)$$

### 1.4.5.- Medición de densidades de líquidos no miscibles:

La aplicación de la propiedad fundamental de la hidrostática, nos da un método simple para comparar las densidades de dos líquidos no miscibles.

Si colocamos en un tubo en U abierto (Figura 13) un líquido, por ejemplo mercurio ($\delta_1$) quedará ambas alturas al mismo nivel.

Si encima del líquido 1 en una de las ramas, volcamos un líquido del cual queremos conocer su densidad ($\delta_2$), veremos que los extremos superiores alcanzarán distinto nivel, siendo el que alcanza la menor altura el líquido de mayor densidad.

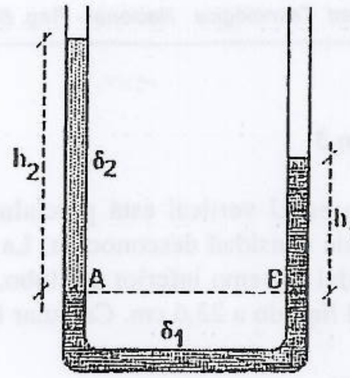

*Figura 13*

Consideremos el nivel que pasa por la línea de unión de ambos líquidos. La presión en cada uno de esos puntos dentro del tubo debe ser la misma.

$$p_A = p_B \qquad (18)$$

La presión en A. es la atmosférica más la ejercida por la columna del líquido 2, la presión en B es en forma similar, será la suma de la presión atmosférica más la debida a la producida por el líquido 1.

$$p_0 + \delta_1\, g\, h_1 = p_0 + \delta_2\, g\, h_2 \qquad (19)$$

Simplificando la presión atmosférica y la aceleración de la gravedad quedará:

$$\delta_1\, h_1 = \delta_2\, h_2$$

También la relación de alturas estará relacionada con la densidad relativa de un líquido respecto de otro:

$$\frac{\delta_2}{\delta_1} = \frac{h_1}{h_2} \qquad (20)$$

Esta relación indicaría que la densidad del líquido 2 respecto del 1 es igual a la relación de las alturas 1 y 2, es decir, las densidades son inversamente proporcionales a las alturas de las columnas respectivas.

Ejemplo 5

Un tubo en U vertical está parcialmente lleno de mercurio y se vierte en una de las ramas un líquido de densidad desconocida. La superficie de separación entre el liquido y el mercurio está a 5,8 cm del extremo inferior del tubo, la superficie libre del mercurio está a 7,7 cm y la superficie libre del líquido a 23,6 cm. Calcular la densidad del líquido.

Solución:

Dado que el sistema de referencia está tomado desde la base del tubo, los valores de las alturas a considerar en la expresión (18):

$$\frac{\delta_2}{\delta_1} = \frac{h_1}{h_2}$$

con $\delta_1$ (densidad del líquido) y $\delta_2$ (densidad del mercurio) serán,

$h_1 = 23{,}6 \text{ cm} - 5{,}8 \text{ cm} = 17{,}8 \text{ cm}$

$h_2 = 7{,}7 \text{ cm} - 5{,}8 \text{ cm} = 1{,}9 \text{ cm}$

Luego despejando de ( 18)

$$\delta_1 = \frac{h_2}{h_1} \delta_2$$

$\delta_1 = 1{,}45$ que es la densidad del líquido respecto del agua.

## 1.5.- Principio de Arquímides:

Ya sabemos que si colocamos un trozo de madera en el agua esta flota, en cambio si colocamos un ladrillo éste se hunde. La experiencia nos dice que el fenómeno observado tiene que ver con la densidad del material y no con su masa, de hecho no importa la masa del ladrillo para que este se hunda.

El hecho que la madera flote nos da idea que existe una fuerza igual y contraria al peso que la mantiene en equilibrio. A esta fuerza se la denomina empuje del líquido.

Este fenómeno se denomina Principio de Arquímedes, y se enuncia así:

*Todo cuerpo sumergido en un líquido recibe un empuje de abajo hacia arriba igual al peso del volumen de líquido desalojado.*

Consideremos un cilindro ideal de líquido en el seno de un recipiente lleno como se muestra en la Figura 14. Dicho cilindro de peso Q se encuentra en equilibrio debido a que la presión en la tapa inferior es mayor que en la tapa superior, luego la diferencia de las fuerzas involucradas será:

$$F_2 - F_1 = \delta_L\ g\ A\ h_2 - \delta_L\ g\ A\ h_1 = Q \qquad (21)$$

Siendo $Q = \delta_L\ g\ A\ h$ el peso del cilíndro de líquido y $F_2 - F_1 = E$ el empuje debido al líquido.

De esto se deduce que el empuje es equivalente al peso del cilindro de líquido considerado.

$$E = Q$$

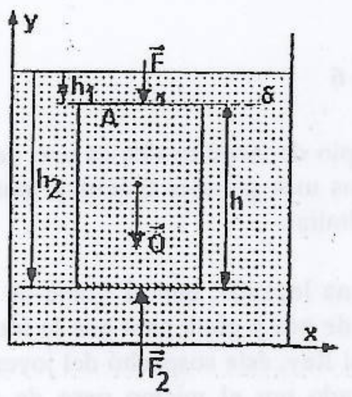


*Figura 14*

Si reemplazamos el cilindro de líquido por un cuerpo sólido (Figura 15) de la misma forma que la considerada, la presión en cada tapa no cambiará y tampoco lo harán las fuerzas aplicadas sobre ellas,

$$F_2 - F_1 = E = Q$$

Siendo, como vimos anteriormente $Q = \delta_L\ g\ A\ h$ el peso del cilíndro de líquido.

Entonces en definitiva el empuje es:

$$E = \delta_L\ g\ V_s \qquad (22)$$

donde δ es el peso específico del fluido y $V_s$ el volumen desalojado por el sólido.

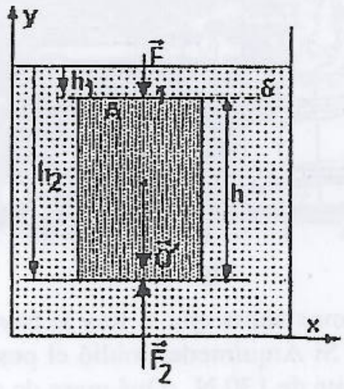


*Figura 15*

Por supuesto este resultado es independiente de la forma del objeto.

Se denomina flotabilidad al caso particular en que el empuje es igual al peso del cuerpo.

$$E = Q_S \qquad (23)$$

Con $Q_S$ el peso del cuerpo considerado.

### Ejemplo 6

El principio de Arquímedes es uno de los grandes principios de la hidrostática. Arquímedes, fue uno de los más grandes físicos y matemáticos de la antigüedad. Vivía en la ciudad de Siracusa (Sicilia- Italia).

Cuenta una leyenda, que el tirano de Siracusa, Heron (o Hieron), entregó a su joyero una cierta cantidad de oro y plata para que le hiciera una corona. Cuando el joyero terminó la corona y se la entregó al Rey, éste sospechó del joyero al suponer que había reemplazado parte del oro y lo había reemplazado por el mismo peso de otro metal. La corona tenía el peso correcto, pero ¿había robado el joyero parte del oro?.

*Figura 16*

Herón le entregó la corona a Arquímedes para que averiguara si había sido engañado. Después de un tiempo Arquímedes encontró la solución del problema, parece ser que mientras se sumergía en una pileta para bañarse. Dicen que se puso tan contento al haber resuelto el problema, que salió corriendo desnudo a la calle gritando: ¡Eureka! ¡Eureka!, que en griego significa: ¡lo he encontrado!. (Nota: como ejemplar castigo el Rey mandó al joyero a que le cortaran la cabeza). (Figura 16)

Supongamos ahora que el Rey le haya dado al joyero para construir la corona 10 kg de oro y 4 kg de plata. Si Arquímedes midió el peso aparente de la corona sumergida en agua dulce y le dio un equivalente de 130 N. ¿Qué masa de oro se quedó el joyero?

Solución:

El peso aparente es la diferencia entre el peso en el aire y el empuje, siendo $V_a$ el volumen de agua desalojado por la corona sumergida.

$$P_{ap} = P - E = P - V_a \delta_a g \qquad (24)$$

Lo primero que hay que calcular es que volumen ocuparía la corona de estar construida con la cantidad de oro y plata cedida por el joyero.

$$V_a = \frac{m_{oro}}{\delta_{oro}} + \frac{m_{plata}}{\delta_{plata}} = 0,899\ dm^3$$

Luego el peso aparente deberá ser:

$$P_{ap} = 140\,N - 0{,}899\,dm^3 . 1\frac{kg}{dm^3} . 10\frac{m}{s^2} = 131\,N$$

Como este valor difiere de lo medido por Arquímedes en 1 N, calcularemos que masa de oro se incluyó en la aleación.

El nuevo volumen de agua desalojado será la suma de los nuevos volúmenes de oro más el de plata.

$$V_a' = \frac{m_{oro}'}{\delta_{oro}'} + \frac{m_{plata}'}{\delta_{plata}'} \qquad (25)$$

Luego, el valor medido del peso aparente se reemplaza en (24)

$$P_{ap}' = 130\,N = 140\,N - \delta_a . g . \left( \frac{m_{oro}'}{\delta_{oro}'} + \frac{14\,kg - m_{oro}'}{\delta_{plata}'} \right)$$

Despejando la masa de oro,

$$m_{oro}' = 7{,}68\,kg$$

O sea el joyero se quedó con 2,32 kg de oro...pero sin la cabeza.

## Ejemplo 7

Hallar que porcentaje de un témpano permanece fuera de la superficie del mar, sabiendo que la densidad del hielo es 0,917 g/cm$^3$ y que la del agua de mar es de 1,025 g/cm$^3$.

Solución:

En condición de flotabilidad el peso del témpano es igual al empuje por el principio de Arquímedes.

$$P = E$$

$$\delta_h \, V_h \, g = \delta_{agua} \, V_{sum} \, g$$

luego:

$$\frac{\delta_h}{\delta_{agua}} = \frac{V_{sum}}{V_h}$$

$$\frac{V_{sum}}{V_h} = \frac{0{,}917}{1{,}025} = 0{,}895$$

Por lo tanto el porcentaje de volumen emergido será de aproximadamente el 10%.

### 1.5.1.- Aplicación al Principio de Arquímedes:

__Balanza de Jolly__: Este aparato se utiliza para determinaciones rápidas de densidades, utilizando el Principio de Arquímides.

Consiste básicamente en un resorte que responde a la ley de Hooke, cuerpo al que se le quiere medir la densidad:

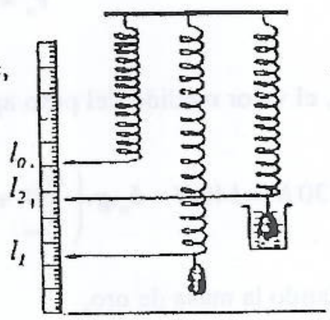


*Figura 17*

En la Figura 17:

$l_0$ : extremo del resorte sin carga
$l_1$ : extremo del resorte con el cuerpo suspendido
$l_2$ : extremo del resorte con el cuerpo suspendido sumergido en agua

En el equilibrio, en el aire, el peso del cuerpo es igual al módulo de la fuerza elástica


$$P = F_{el}$$

$$P = mg = k(l_1 - l_0) \qquad (26)$$

donde k es la constante elástica del resorte

Cuando se sumerge el cuerp (de volumen $V_C$) o en un líquido, este recibe, por el principio de Arquímedes un empuje (E) de tal manera que su peso aparente $P'$ será:


$$P' = P - E$$

En el equilibrio, sumergido, el peso aparente del cuerpo $P'$ es igual al módulo de la fuerza elástica $F'el$.

$$P' = k(l_2 - l_0)$$

Luego: $\quad k(l_2 - l_0) = k(l_1 - l_0) - E \quad \Longrightarrow \quad E = k(l_1 - l_2)$

Por otra parte el empuje, o sea el peso del volúmen $V_C$ agua desalojada será $E = m_a\, g$

Dividiendo el peso por el empuje resulta la densidad relativa del cuerpo respecto del agua:

$$\frac{P}{E} = \frac{m\, g}{m_a\, g} = \frac{m}{m_a} = \frac{\delta_C\, V_C}{\delta_a\, V_C} = \delta_r$$

Entonces la densidad relativa, en función de los estiramientos del resorte resultará:

$$\delta_r = \frac{P}{E} = \frac{k(l_1 - l_0)}{k(l_1 - l_2)} = \frac{l_1 - l_0}{l_1 - l_2} \qquad (27)$$

# 2.-DINAMICA DE LOS FLUIDOS

## 2.1.-Consideraciones generales:

La dinámica de los fluidos o hidrodinámica, se ocupa del estudio del movimiento de los fluidos.

El estudio del movimiento de los fluidos puede ser muy complejo, debido a las innumerables moléculas que componen un fluido. Para simplificar dicho estudio se considera el movimiento de partículas de fluído, que consisten en un grupo de muchas moléculas que tiene propiedades cinemáticas y dinámicas similares.

Cada partícula debe ser considerada como una porción de líquido suficientemente grande conteniendo un número muy grande de moléculas y lo suficientemente pequeño como para que su volumen resulte despreciable frente a la totalidad del volumen del líquido estudiado.

Considerando a la partícula de dimensiones despreciables, puede ser asimilada a un punto material y permitirnos, de ese modo, definir como trayectoria línea de flujo al lugar geométrico de las sucesivas posiciones ocupadas por la partícula en su movimiento.

Las líneas de flujo nunca se pueden cruzar entre si, porque un vector velocidad no puede tener dos direcciones distintas en un punto.

La distribución particular de velocidades depende de la naturaleza del flujo, el cual a su vez es una función de la geometría del conducto y de las propiedades físicas del fluido

En general, cualquiera sea el tipo de flujo, la velocidad de cada punto material del fluido es una función de las coordenadas y del tiempo.

$$\bar{v} = \bar{v}(x, y, z, t) \qquad (28)$$

### 2.1.1.-Flujo laminar.

Las línas de flujo delimitan zonas denominadas capas. Las capas del fluido, en este tipo de flujo, se mueven en forma relativa unas sobre otras sin ningún tipo de mezclado macroscópico. En los sistemas con flujo laminar las capas se representan en forma gráfica por líneas de corriente. A través de estas capas no hay flujo de fluido.

Si existiese intercambio de partículas entre las distintas capas se dirá que es un flujo viscoso. Considerar el ejemplo del agua por un lado y la miel por el otro, que se dejan fluir sobre un plano inclinado. La miel está sometida a mayores fuerzas de fricción viscosa que en el caso del agua, las cuales hacen que el líquido se desplace en el descenso más lentamente en comparación al rápido fluir del agua.

La Figura 18 muestra las líneas de corriente de un flujo laminar en un tubo de flujo.

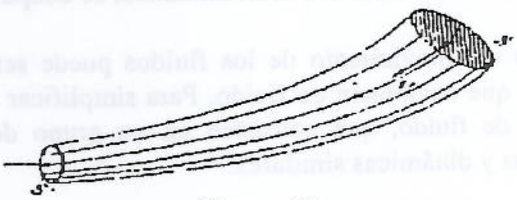

*Figura 18*

### 2.1.2.-Flujo turbulento.

En este caso, hay un movimiento irregular, al azar, del fluido en dirección transversal al flujo principal. Este movimiento de fluctuación irregular puede considerarse como sobreimpuesto al movimiento principal.

## 2.2.-Régimen estacionario:

Si la velocidad es sólo función de las coordenadas, el movimiento del fluido está en régimen estacionario.

$$\vec{v} = \vec{v}(x, y, z) \qquad (29)$$

### 2.2.1.-Caudales de volumen y masa:

Tomando una porción de fluido, se pueden seleccionar líneas adyacentes de corriente, formando lo que se denomina haz de líneas o un tubo de flujo, delimitado por las mismas líneas de corriente.

Sea v la velocidad con que el fluido atraviesa la sección $\sigma_1$ (Figura 19), y es la misma en todos los puntos de $\sigma_1$, y si además dicha sección se mantiene constante (la llamaremos $\sigma$)en el intervalo de tiempo $\Delta t$, el volumen $V = \sigma s$ contenido en el tramo $s = v\,\Delta t$ del tubo de corriente, es el que atravesó la sección $\sigma$ en dicho intervalo y por lo tanto el caudal volumétrico, o flujo del fluido o gasto o simplemente caudal es:

$$Q = \frac{V}{\Delta t} = \frac{\sigma\, s}{\Delta t} = \sigma\, v \qquad (30)$$

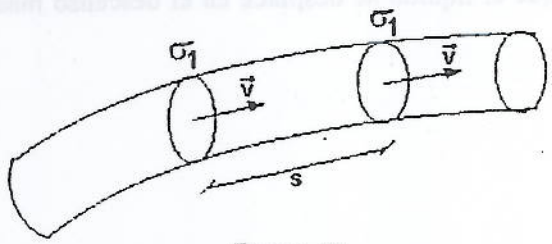


*Figura 19*

Y su unidad será:

$$[Q] = \frac{m^3}{s}$$

Si consideramos la masa que pasa a tarvés de la sección $\sigma$ en un cierto intervalo $\Delta t$, definimos <u>caudal de masa</u> o <u>caudal másico</u> y lo simbolizaremos con $Q$, al cociente entre la masa $\Delta m$ que atravesó la sección y el intervalo $\Delta t$:

$$Q_m = \frac{\Delta m}{\Delta t} \tag{31}$$

Reemplazando la definición de densidad: $\delta = \dfrac{\Delta m}{V}$

$$Q_m = \frac{\delta V}{\Delta t} = \delta \frac{V}{\Delta t} = \delta Q = \delta \sigma v$$

Siendo su unidad:

$$[Q_m] = \frac{kg}{s}$$

En general si v no es uniforme en la sección, se toma una sección diferencial donde v sea uniforme y se la integra para toda la sección.

## 2.2.2.-Ecuación de continuidad

Consideremos un fluido incompresible ($\delta$ = cte.) y no viscoso, que fluye en régimen estacionario en un tubo de corriente entre dos secciones normales $\sigma_1$ y $\sigma_2$ (Figura 20). La velocidad es $v_1$ en $\sigma_1$ y $v_2$ en $\sigma_2$.

La masa de fluido que atraviesa la sección $\sigma_1$ en el tiempo dt es:

$$dm_1 = \delta_1\, \sigma_1 v_1 dt \tag{32}$$

La masa de fluido que atraviesa la sección $\sigma_2$ en el tiempo dt es:

$$dm_2 = \delta_2\, \sigma_2 v_2 dt \tag{33}$$

En el tubo de corriente no hay acumulación ni pérdidas de fluido, por lo que todo el fluido que entra por $\sigma_1$ en dt sale por $\sigma_2$ en dicho intervalo, es decir el caudal másico es constante:

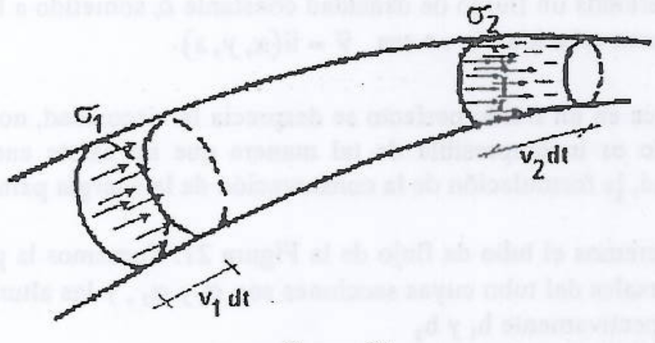


*Figura 20*



Edited with Infix PDF Editor - free for non-commercial use.
To remove this notice, visit: www.iceni.com/unlock.htm

$$\delta_1\, \sigma_1 v_1 dt = \delta_2\, \sigma_2 v_2 dt \qquad (34)$$

Simplificando el término dt , resulta

$$\delta\ \sigma\ v = cte \qquad (35)$$

Esta ecuación se conoce con el nombre de <u>ecuación de continuidad</u> y representa la ley de conservación de la masa para el movimiento de los líquidos.

Como el fluido considerado es incompresible, resulta $\delta = cte.$,entonces:

Simplificando

$$\sigma_1 v_1 = \sigma_2 v_2 \qquad (36)$$

o sea:

$$\sigma\ v = cte \qquad (37)$$

que es el caso particular de la ecuación de continuidad.

## 2.2.3.-Teorema de Bernoulli:

Este teorema establece en tubos de corriente las relaciones entre las velocidades y las presiones en distintas secciones del mismo.

Consideremos un fluido de densidad constante $\delta$, sometido a la acción de un campo gravitatorio, y en régimen estacionario , o sea $\bar{v} = \bar{v}(x, y, z)$.

Dado que en un fluido perfecto se desprecia la viscosidad, no existe disipación de energía y como el fluido es incompresible de tal manera que no existe energía involucrada con el cambio de densidad, la formulación de la conservación de la energía para describir el movimiento es simple.

Consideremos el tubo de flujo de la Figura 21. Tomemos la porción de fluido entre dos secciones transversales del tubo cuyas secciones son $\sigma_1$ y $\sigma_2$ , y las alturas respecto de un plano de referencia son respectivamente $h_1$ y $h_2$
Las velocidades de dichas porciones del tubo serán $v_1$ y $v_2$ perpendiculares al área de la sección. Habrá flujo hacia la derecha siempre que la presión $p_1$ en la zona de sección $\sigma_1$ sea mayor que la presión $p_2$ en la zona de sección $\sigma_2$ .

Edited with Infix PDF editor - free for non-commercial use.
To remove this notice, visit: www.iceni.com/unlock.htm

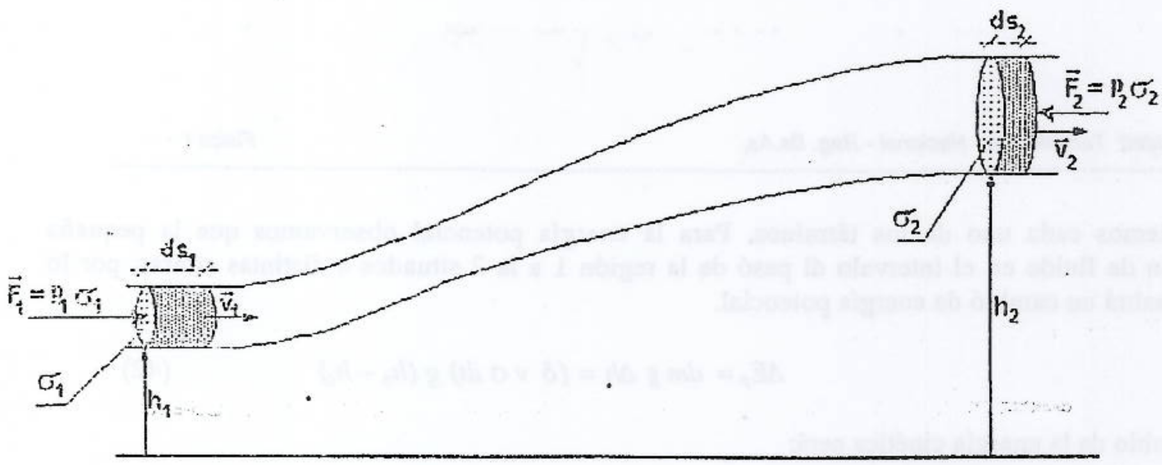


*Figura 21*

Veamos que sucede durante un intervalo de tiempo $dt$. El fluido de la región intermedia entre $\sigma_1$ y $\sigma_2$, habrá avanzado de tal manera que a la altura $h_1$ es $ds_1 = v_1\, dt$, y la distancia que avanza a la altura $h_2$ es $ds_2 = v_2\, dt$.

Calculemos ahora el trabajo efectuado al avanzar el fluido en el tubo, viendo las fuerzas que actúan en cada extremo. Entonces el trabajo $L_1$ de la presión $p_1$ sobre la sección izquierda se puede escribir:

$$L_1 = F_1\, d_1 = (p_1\, \sigma_1)\, (v_1\, dt) \qquad (38)$$

El trabajo $L_2$ efectuado en la región derecha por la presión $p_2$ se puede calcular del mismo modo.

Dado que el trabajo es el producto escalar entre la fuerza y el desplazamiento y como el desplazamiento es hacia la derecha y la fuerza (y por consiguiente la presión) actúa hacia la izquierda, aparecerá un signo menos.

$$L_2 = F_2\, d_2 = - \ (p_2\, \sigma_2)\, (v_2\, dt) \qquad (39)$$

Entonces el trabajo neto efectuado sobre el tubo de flujo, entre las regiones 1 y 2 será, teniendo en cuenta la constancia del caudal en todo punto del tubo de flujo (36):

$$v_1\, \sigma_1 = v_2\, \sigma_2 = v\, \sigma$$

Luego.

$$L = L_1 + L_2 = (p_1 - p_2)\, v\, \sigma\, dt \qquad (40)$$

Apliquemos ahora el teorema del trabajo y de la energía. Dado que:

$$L = \Delta E_M = \Delta E_C + \Delta E_P \qquad (41)$$



Edited with Infix PDF Editor
- free for non-commercial use.

Calculemos cada uno de los términos. Para la energía potencial observamos que la pequeña porción de fluido en el intervalo dt pasó de la región 1 a la 2 situados a distintas alturas, por lo tanto habrá un cambio de energía potencial.

$$\Delta E_P = dm\, g\, \Delta h = (\delta\ v\, \sigma\, dt)\, g\, (h_2 - h_1) \qquad (42)$$

El cambio de la energía cinética será:

$$\ddot{A}E_C = \frac{1}{2}\, dm\, (v_2^2 - v_1^2)$$

$$\ddot{A}E_C = \frac{1}{2}\, (\delta\, v\, \sigma\, dt)\, (v_2^2 - v_1^2) \qquad (43)$$

De la ecuación (40) $\quad L = \Delta E_C + \Delta E_P$

$$(p_1 - p_2)\, v\, \sigma\, dt = \frac{1}{2}\, (\delta\, v\, \sigma\, dt)\, (v_2^2 - v_1^2) + (\delta\ v\, \sigma\, dt)\, g\, (h_2 - h_1)$$

Dividiendo por el factor $(v\, \sigma\, dt)$

$$p_1 - p_2 = \frac{1}{2}\, \delta\, (v_2^2 - v_1^2) + \delta\, g\, (h_2 - h_1) \qquad (44)$$

Reagrupando los términos:

$$p_1 + \frac{1}{2}\, \delta\, v_1^2 + \delta\, g\, h_1 = p_2 + \frac{1}{2}\, \delta\, v_2^2 + \delta\, g\, h_2 \qquad (45)$$

Entonces se cumple que a lo largo de una línea de flujo en un líquido incompresible:

$$\boxed{p + \frac{1}{2}\, \delta\, v^2 + \delta\, g\, h = cte} \qquad (46)$$

O sea, cuando no se fijan más limitaciones, la constante es una para cada trayectoria o línea de flujo.

Ejemplo 8

Determinar cual será la velocidad y la presión manométrica de salida de agua caliente de un sistema de calefacción sabiendo que se bombea desde el sótano a una velocidad de 0,5 m/s por un caño de 5 cm de diámetro y a una presión de 3,5 atm y que debe salir en el piso 7, a 25 m de altura por un tubo de 2,6 cm de diámetro.

Solución:

Utilizando la ecuación de continuidad del caudal (36) a los puntos 1 (sótano) y 2 (primer piso) :

$$Q = v_1\,\sigma_1 = v_2\,\sigma_2$$

resulta:

$$v_2 = v_1\,\frac{\sigma_1}{\sigma_2} = v_1\,\frac{\pi\, r_1^2}{\pi\, r_2^2} = 2.2\ m/s$$

Aplicando el teorema de Bernoulli (45) en ambos puntos

$$p_1 + \frac{1}{2}\,\delta\, v_1^2 + \delta\, g\, h_1 = p_2 + \frac{1}{2}\,\delta\, v_2^2 + \delta\, g\, h_2$$

$$3{,}5 . 1{,}013\,10^5\,\frac{N}{m^2} + \frac{1}{2}10^3\,\frac{kg}{m^3}\left(0{,}6\,\frac{m}{s}\right)^2 = P_2 + \frac{1}{2}10^3\,\frac{kg}{m^3}\left(2{,}2\,\frac{m}{s}\right)^2 + 10^3\,\frac{kg}{m^3}\,10\,\frac{m}{s^2}\,25\,m$$

Despejando $P_2$:

$$P_2 = 1.09\ atm$$

Notar en este caso la escasa influencia del término asociado a la velocidad

## 2.2.4.-Aplicaciones del teorema de Bernoulli

a) Teorema de Torricelli : velocidad con que sale un fluido que se derrama por un orificio de un recipiente.

Sea un líquido de densidad $\rho$ contenido en un recipiente cerrado y sometido a una presión interior $p_1$ (Figura 22) Si lo suponemos de pared delgada y abrimos en la misma un orificio de pequeña sección comparada con la del recipiente ($\sigma_1 >> \sigma_2$), el líquido saldrá por el orificio con cierta velocidad cuyo módulo designaremos $v_2$. Si la presión en el ambiente al cual sale el líquido es $p_2$ obtendremos, aplicando el teorema de Bernouilli (45):

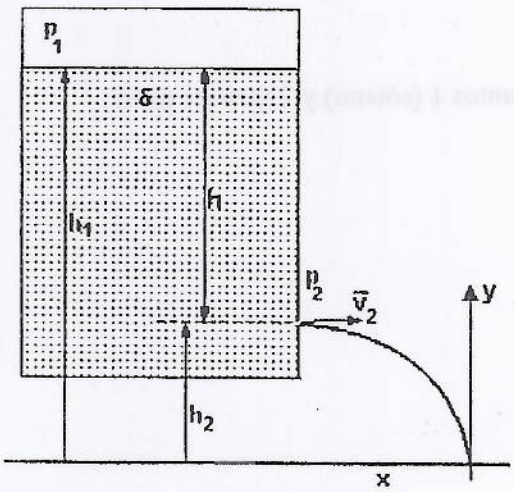


*Figura22*

$$p_1 + \delta |\vec{g}| y_1 + \frac{1}{2} \delta v_1^2 = p_2 + \delta |\vec{g}| y_2 + \frac{1}{2} \delta v_2^2$$

$$\frac{1}{2} \delta \left( v_2^2 - v_1^2 \right) = p_1 - p_2 + \delta |\vec{g}| (y_1 - y_2)$$

Aplicando la ecuación de continuidad (36):

$$v_1\, \sigma_1 = v_2\, \sigma_2$$

Al ser la superficie $\sigma_1 >> \sigma_2$ será $v_1 << v_2$ es decir se puede despreciar la velocidad con que desciende el nivel superior del recipiente.

Reemplazando

$$\rho\, v_2^2 = 2 \left[ (p_1 - p_2) + \delta |\vec{g}| (y_1 - y_2) \right]$$

y obtendremos:

$$\boxed{v_2 = \sqrt{2 \left( \frac{p_1 - p_2}{\delta} + |\vec{g}|\, h \right)}} \qquad (47)$$

Teniendo en cuenta el caso particular en que $p_1 = p_2 = p_{atm}$ (si el recipiente es abierto) la expresión anterior se reduce a:

$$\boxed{v_2 = \sqrt{2 |\vec{g}|\, h}} \qquad (48)$$

o sea que la velocidad de salida de cada partícula es la misma que adquiriría en caída libre entre el nivel de la capa superior del líquido y el nivel medio del orificio. El nivel del recipiente, en todos los casos, se supondrá que se mantiene constante para que el régimen sea estacionario.

## Ejemplo 9

Un deposito de gran superficie se llena con agua hasta una profundidad de 30 cm (Figura 23). Se practica en el fondo un orificio de sección igual a 6,25 cm$^2$ , por el cual sale el agua formando una vena continua.

a) Hallar el caudal de salida en litros por segundo.
b) ¿A qué distancia por debajo del fondo del depósito la sección de la vena líquida se reducirá a la mitad de la de salida?

Solución:

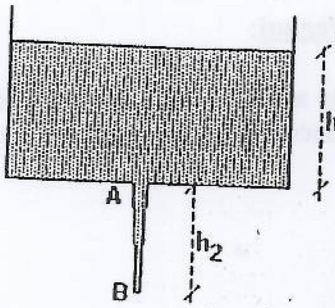

*Figura 23*

a) Se calcula primero la velocidad de salida del agua del orificio. Usando la expresión (48 )

$$v_1 = \sqrt{2\,g\,H} = 242\,\frac{cm}{s}$$

Y el caudal de salida será:

$$Q = v_1\,\sigma_1 = 1513\,\frac{cm^3}{s} = 1{,}513\,\frac{litros}{s}$$

b) Por el punto 2 de la vena líquida pasará el mismo caudal Q (36), luego:

$$Q = v_1\,\sigma_1 = v_2\,\sigma_2$$

De aquí, como la sección se reduce a la mitad, entonces la velocidad del agua en ese punto será el doble de la de salida

Aplicando el teorema de Bernoulli (46) en ambos puntos

$$p_1 + \frac{1}{2}\,\delta\,v_1^2 + \delta\,g\,h_1 = p_2 + \frac{1}{2}\,\delta\,v_2^2 + \delta\,g\,h_2$$

dado que las presiones en 1 y 2 son aproximadamente iguales (presión atmosférica)

$$v_1^2 = v_2^2 - 2\,\delta\,g\,h$$

Despejando h, resulta

$$h = 90\ cm$$

Hay que aclarar que este valor solo es válido si la vena líquida permanece coherente. En general, a cierta distancia del orificio de salida el flujo se hace turbulento.

b) Medidor Venturi:

Está destinado a determinar, en forma práctica, la velocidad con que se mueve un líquido en una determinada sección de una tubería la que, por comodidad supondremos horizontal, donde (Figura 24):

Las referencias en este dibujo son:

$\sigma_1$ : sección de la tubería

$\sigma_2$ : sección estrangulada del medidor

$\delta$ : densidad del líquido que circula

$\delta'$ : densidad del líquido manométrico

$|\vec{g}|$ : módulo de la aceleración de la gravedad

$h$ : desnivel manométrico

$|\vec{v}_1|$ : módulo de la velocidad buscada

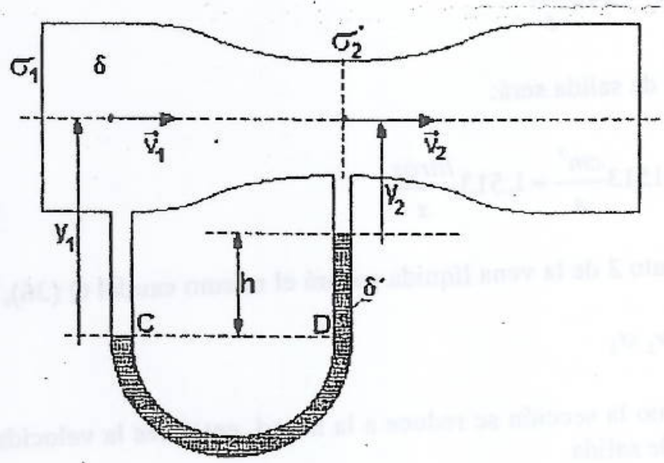

*Figura 24*

Aplicando el teorema de Bernoulli a las secciones 1 y 2, teniendo en cuenta que se encuentran en el mismo nivel horizontal

$$p_1 + \frac{1}{2}\,\delta\, v_1^2 = p_2 + \frac{1}{2}\,\delta\, v_2^2 \qquad (49)$$

O lo que es lo mismo:

$$\frac{p_1}{\delta} + \frac{v_1^2}{2} = \frac{p_2}{\delta} + \frac{v_2^2}{2}$$

de donde despejamos:

$$\frac{v_1^2}{2} = \frac{p_2 - p_1}{\delta} + \frac{v_2^2}{2}$$

Si aplicamos la ecuación de continuidad a las secciones $S_1$ y $S_2$

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{\sigma_1}{\sigma_2} \qquad \Rightarrow \qquad v_2^2 = v_1^2\,\frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2}$$

y sustituyendo,

$$\frac{v_1^2}{2} = \frac{p_2 - p_1}{\delta} + \frac{v_1^2}{2}\frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2}$$

$$\frac{v_1^2}{2}\left(1 - \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2}\right) = \frac{p_2 - p_1}{\delta}$$

$$\frac{v_1^2}{2} = \frac{(p_2 - p_1)}{\delta}\frac{\sigma_2^2}{(\sigma_2^2 - \sigma_1^2)}\,.$$

Despejando $v_1$

$$v_1 = S_2\sqrt{\frac{(p_2 - p_1)}{\delta}\frac{2}{(\sigma_2^2 - \sigma_1^2)}} \qquad (50)$$

La diferencia de presiones $p_1 - p_2$ se obtiene considerando que en C y D la presión es la misma y la llamamos $p_x$.

Obtenemos entonces:

$$p_1 = p_x - \delta|\vec{g}|y_1 \qquad (51)$$

$$p_2 = p_x - \delta'|\vec{g}|h - \delta|\vec{g}|y_2$$

$$p_1 - p_2 = \delta'|\vec{g}|h + \delta|\vec{g}|y_2 - \delta|\vec{g}|y_1$$

$$p_1 - p_2 = \delta'|\vec{g}|h - \delta|\vec{g}|(y_1 - y_2)$$

$$p_1 - p_2 = \delta'|\vec{g}|h - \delta|\vec{g}|h$$

$$p_1 - p_2 = (\delta' - \delta)|\vec{g}|h$$

Reemplazando esta expresión en la 49, se obtiene el valor del módulo de la velocidad $|\vec{v}_1|$

$$\boxed{|\vec{v}_1| = S_2\sqrt{\frac{(\delta' - \delta)}{\delta}|\vec{g}|.h.\frac{2}{(\sigma_1^2 - \sigma_2^2)}}} \qquad (52)$$

Es de destacar que las transiciones entre las secciones $\sigma_1$ y $\sigma_2$ son curvas muy suaves, de tal modo de no generar turbulencia.

Una vez determinada la velocidad, como se conoce la sección, es factible determinar el caudal.

**Ejemplo 10**

Se fabrica un medidor como se muestra en la Figura 25, para un líquido de densidad $\delta$ con un tubo acodado, calcular la velocidad del flujo $v_1$.

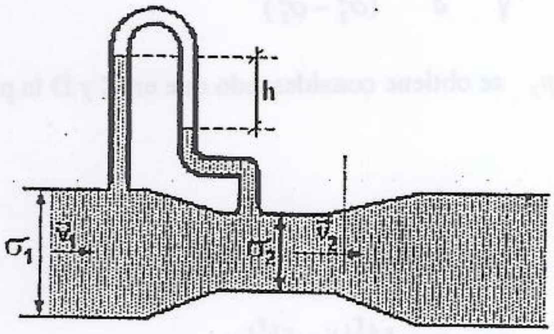


*Figura 25*

Solución:

Sabiendo que existe un estrechamiento de sección $\sigma_2$ en el tubo de sección $\sigma_1$ usando la ecuación de conservación del caudal (35):

$$v_2 = \frac{\sigma_1 v_1}{\sigma_2}$$

reemplazando en la (10), donde $h_1 = h_2$ y despejando $v_1$, se tiene:

$$v_1 = \sqrt{\frac{2(p_2 - p_1)}{\delta\left(\frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} - 1\right)}} = \sqrt{\frac{2\,g\,h}{\frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} - 1}} \qquad (53)$$

c) Túnel aerodinámico:

Otra aplicación interesante del tubo Venturi es el túnel aerodinámico, donde se deja en reposo al modelo y se provoca la corriente de aire por medio de una turbina o grandes hélices.

La Figura 26 muestra un esquema clásico de un túnel aerodinámico.La velocidad del aire que circula sobre el modelo se calcula con la

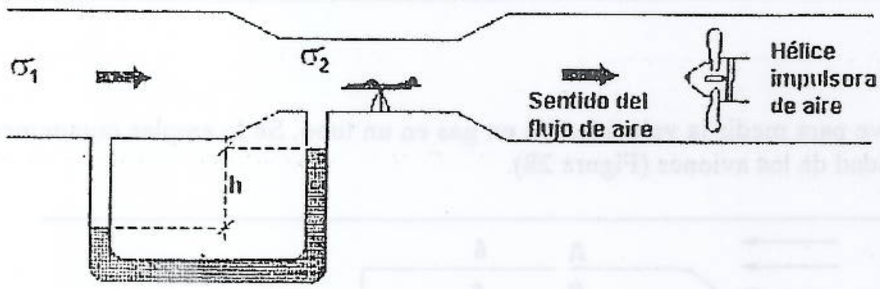


*Figura 26*

Con la ecuación (52) se calcula con que velocidad se impulsa el aire

$$v_1 = \sqrt{\frac{2\ g\ h}{\frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} - 1}} \qquad (54)$$

Luego, con la ecuación de continuidad (35) se calcula cual es la velocidad que circula por el modelo. De esta manera la ecuación final quedará:

$$v_2 = \sqrt{\frac{2\ g\ h}{1 - \frac{\sigma_2^2}{\sigma_1^2}}} \qquad (55)$$

d) <u>Sustentación del ala de un avión:</u>

En la Figura 27 se muestra el perfil de un ala en vuelo horizontal. Alrededor se muestran las líneas de flujo de aire es dicha situación.

Existe una perturbación relativamente baja de las líneas de corriente por debajo del ala. Pero a causa del perfil se produce un acercamiento pronunciado de las líneas de corriente por encima, como si el fluido pasase por el estrechamiento de un tubo Venturi. Por lo tanto la región por encima del ala es de mayor velocidad y menor presión, mientras que la situada por debajo tiene aproximadamente la presión atmosférica. Esta diferencia depresiones entre las superficies del ala origina su sustentación.

*Figura 27*

e) Tubo de Pitot:

El tubo de Pitot sirve para medir la velocidad de un gas en un tubo. Se lo emplea comunmente en la medida de velocidad de los aviones (Figura 28).

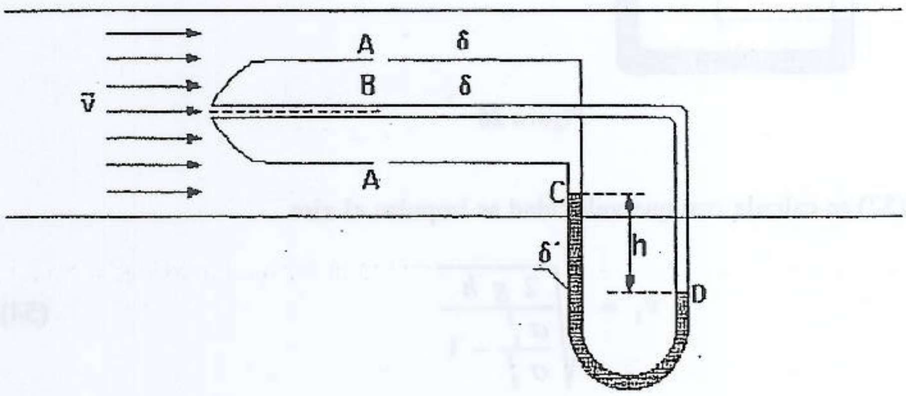


*Figura 28*

La presión en la rama izquierda del manómetro, cuya abertura es paralela a la dirección del movimiento, es igual a la presión de la corriente gaseosa. La presión en la rama derecha, cuya abertura (muy afinada para no crear torbellino) es perpendicular a la misma, puede calcularse aplicando el teorema de Bernouilli al eje de la conducción (puntos $A$ y $B$).

Si $\vec{v}$ es la velocidad a medir, δ la densidad del gas y $p_A$ la presión en el punto $A$, teniendo en cuenta que $\vec{v}_B$ es nula, por Bernoulli (46) resulta:

$$p_B = p_A + \frac{1}{2}\delta|\vec{v}|^2$$

siendo $p_B$ mayor que $p_A$ el líquido manométrico de densidad δ' presenta un desnivel $h$, por lo que, aplicando nuevamente el teorema de Bernouilli a los puntos C y D obtenemos:

$$p_B = p_A + \delta'|\vec{v}|h$$

Combinando ambas ecuaciones cuyos primeros miembros son iguales, resulta:

$$\delta'|\vec{g}|h = \frac{1}{2}\delta|\vec{v}|^2$$

de donde:

$$\boxed{|\vec{v}| = \sqrt{\frac{2\delta'|\vec{g}|h}{\delta}}} \qquad (56)$$

---------------------X---------------------

# FLUIDOS

## CUESTIONARIO

1) Enuncie las diferencias que existen entre fuerza y presión

2) ¿Porqué una persona puede estar sobre una cama de clavos sin sentir dolor?

3) ¿Qué es la presión atmosférica?

4) ¿Qué diferencia existe entre la presión absoluta y la manométrica?

5) Defina el principio de Pascal. ¿Es válido para todos los tipos de fluidos?

6) ¿Tiene la fuerza de flotación sobre un submárino sumergido la misma intensidad a cualquier profundidad?

7) ¿Porqué se eleva del suelo un globo lleno de aire caliente?

8) Se les advierte a los buceadores con tanques de aire que no contengan la la respiración al nadar hacia arriba. ¿por qué?

9) Las personas flotan con mucha facilidad en el Mar Muerto, ¿por qué?

10) Una vieja pregunta dice, ¿qué pesa más, un kilo de plomo o un kilo de plumas?
Si el peso en kilogramos es la fuerza que hace la tierra sobre el plomo un kilo de plumas encerrado en una bolsa plástica de masa despreciable equilibrará un kilo de plomo en los platillos opuestos de una balanza de brazos iguales explique

11) Cuando un chorro de agua fluye suavemente de una canilla se estrecha al caer; si la altura de caida es suficiente finalmente se divide en gotitas. Explique este fenómeno

12) ¿Se puede aplicar el teorema de Bernoulli para estudiar el flujo de un líquido viscoso?

13) ¿Se puede aplicar el teorema de Bernoulli para estudiar el caso de un fluido en reposo?

14) Un tornado consiste en un vórtice de aire que gira rápidamente Por que la presión es mucho mas baja en el centro que en los bordes como explica esto la potencia destructiva del tornado cual es la zona más peligrosa

15) Porqué los días de tormenta en que el viento tiene mucha velocidad se desprenden las chapas de las casas precarias

16) ¿La sustentación de un ala de avion depende de la altitud? Explique